

Cours 2012:

**Le cerveau statisticien:
La révolution Bayésienne en sciences cognitives**

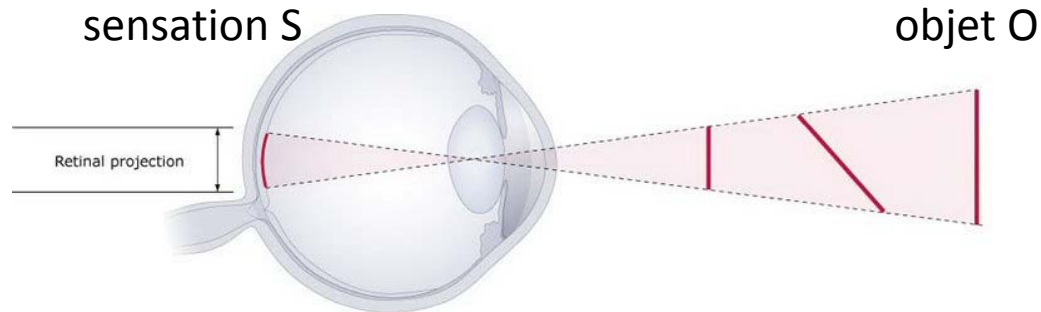
Stanislas Dehaene
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°5

La prise de décision Bayésienne

La prise de décision: un passage du continu au discret

Prendre une décision consiste à choisir un seul point parmi la multiplicité des interprétations ou des actions possibles.



Dans le cours précédent, nous avons vu que, même dans le domaine de la perception, notre système nerveux nous « donne à voir », de façon consciente, une seule interprétation du monde à un instant donné.

La fluctuation de ces interprétations en fonction du temps (Pouget), et le fait de demander à l'observateur plusieurs réponses successives (Vul), montrent que le système nerveux calcule l'ensemble de la distribution de probabilité selon les règles Bayésiennes, et **échantillonne** cette distribution.



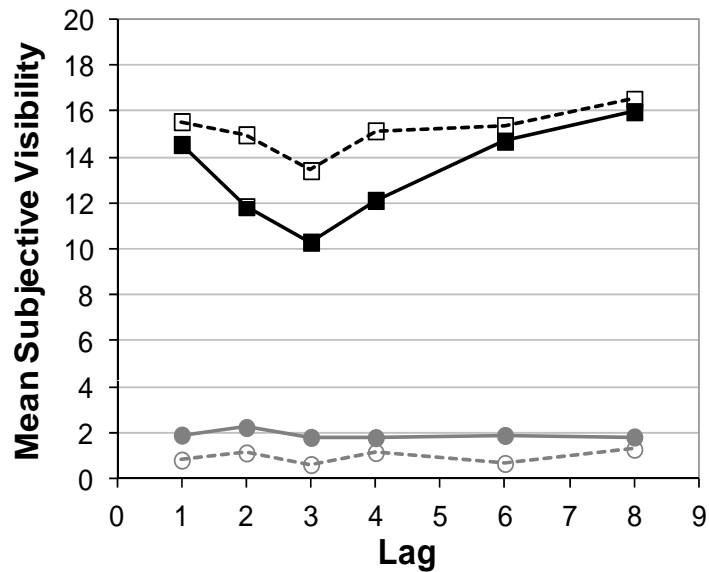
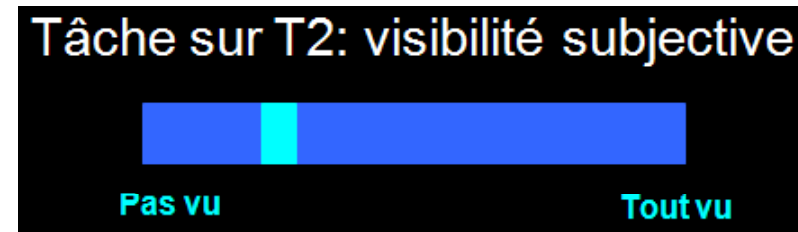
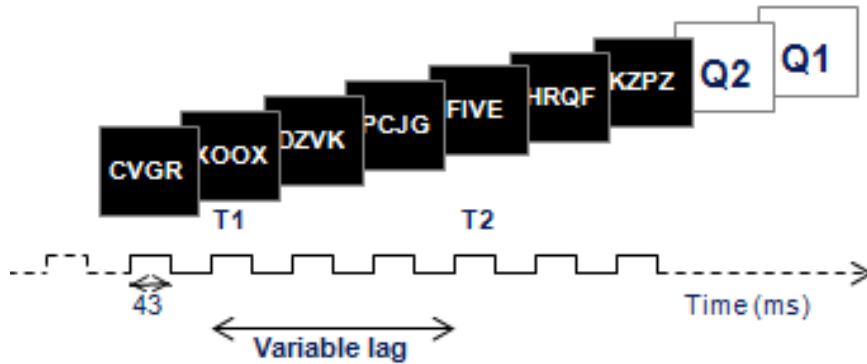
Le caractère tout-ou-rien de la perception du changement



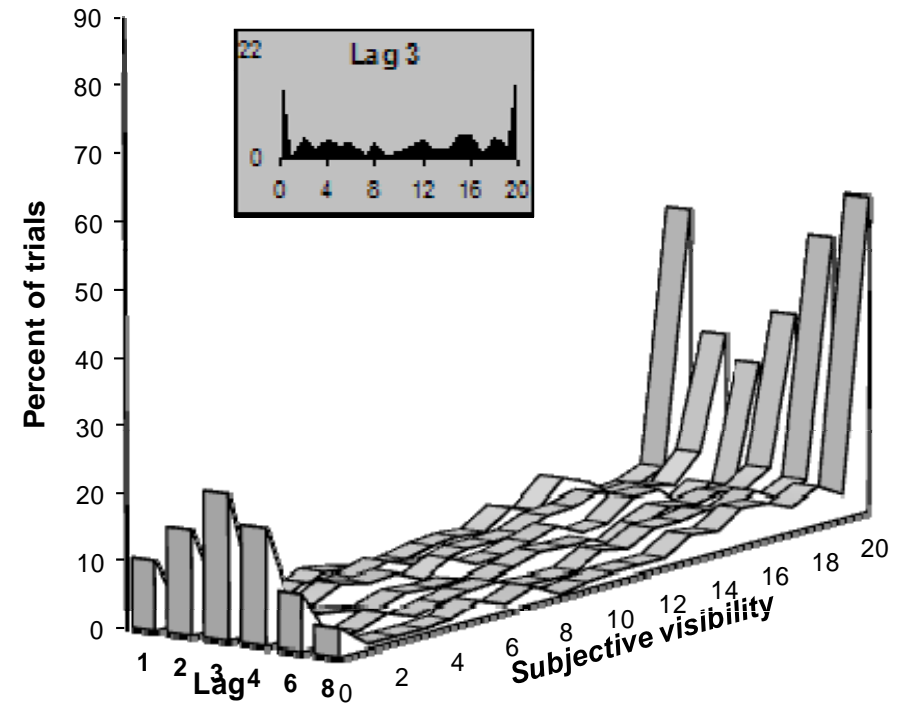
Transitions du continu au discret dans l'accès à la conscience

Sergent, C., & Dehaene, S. (2004) *Psychological Science*

Dans le « clignement » attentionnel, l'accès conscient suit une distribution « tout-ou-rien »



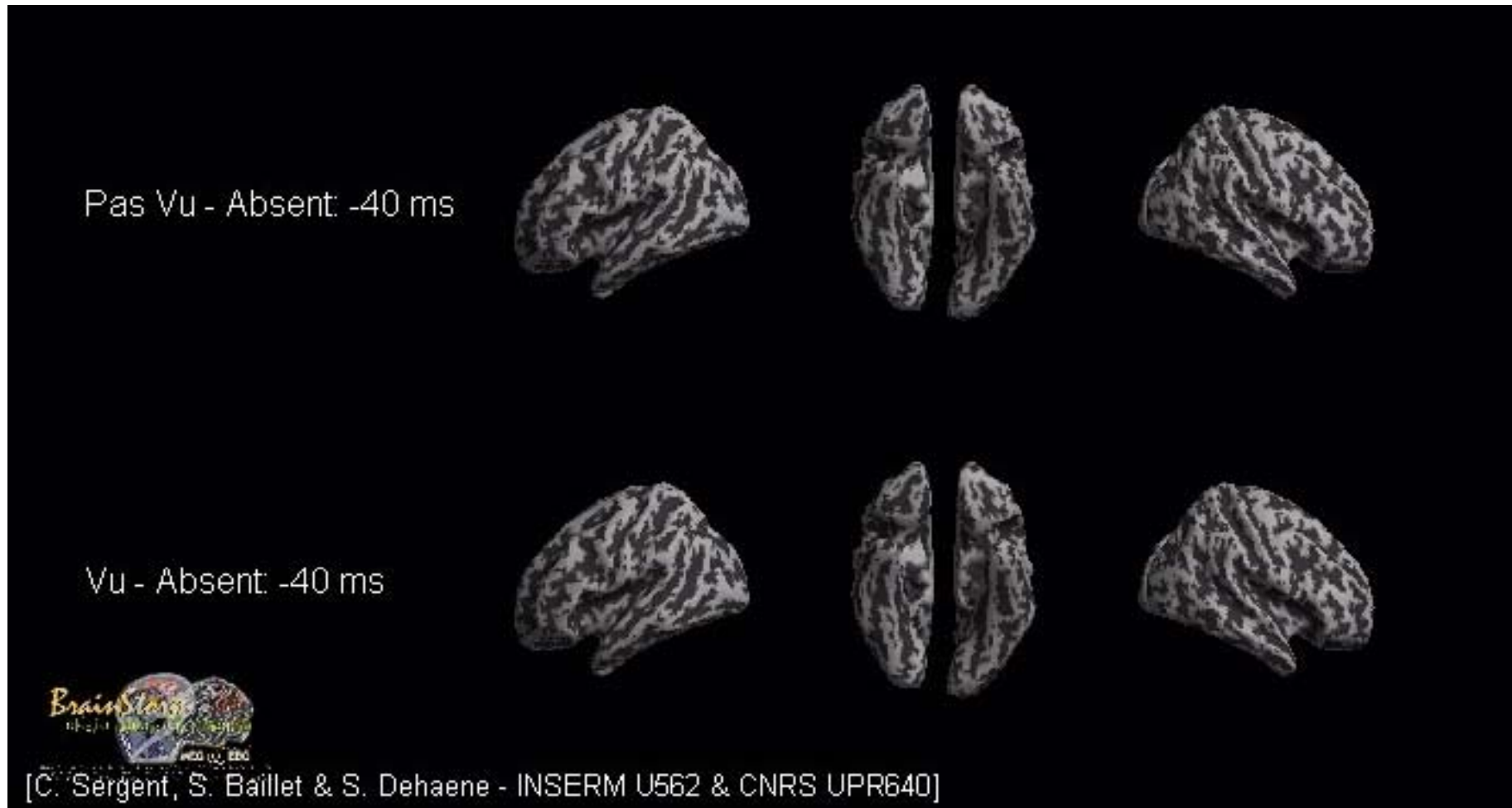
- T2 present, dual task
- T2 absent, dual task
- T2 present, single task
- T2 absent, single task



Une transition en tout-en-rien dans l'accès à la conscience

Sergent, C., Baillet, S., & Dehaene, S. (2005). Timing of the brain events underlying access to consciousness during the attentional blink. *Nat Neurosci*, 8(10), 1391-1400.

Pendant 200 ms, le traitement cérébral est identique, qu'il y ait ou non perception consciente. Vers 270 ms, le cerveau bascule rapidement dans l'un de deux états discrets.



Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

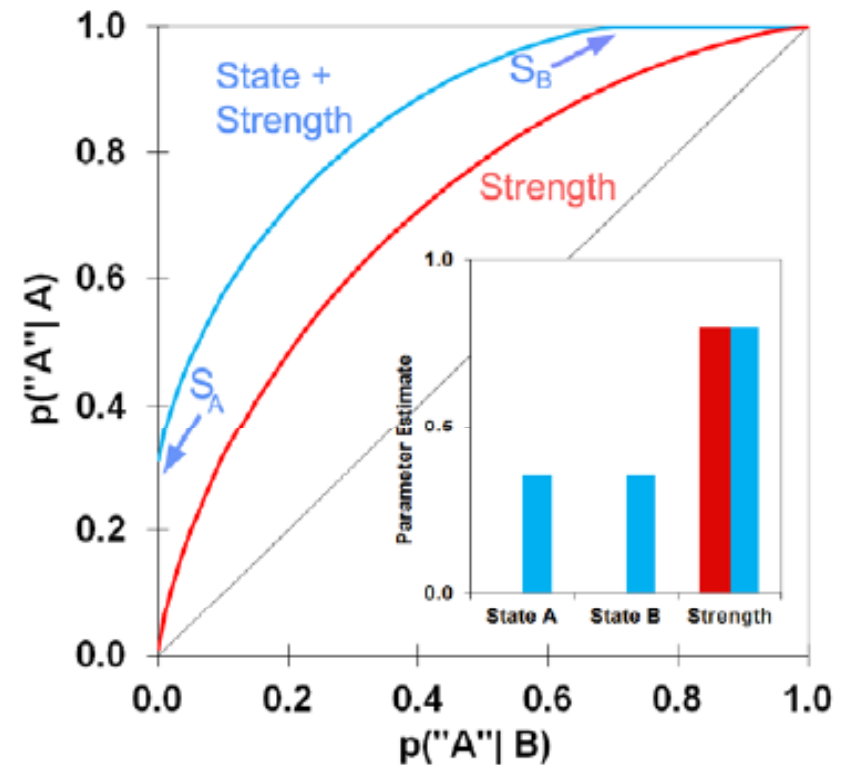
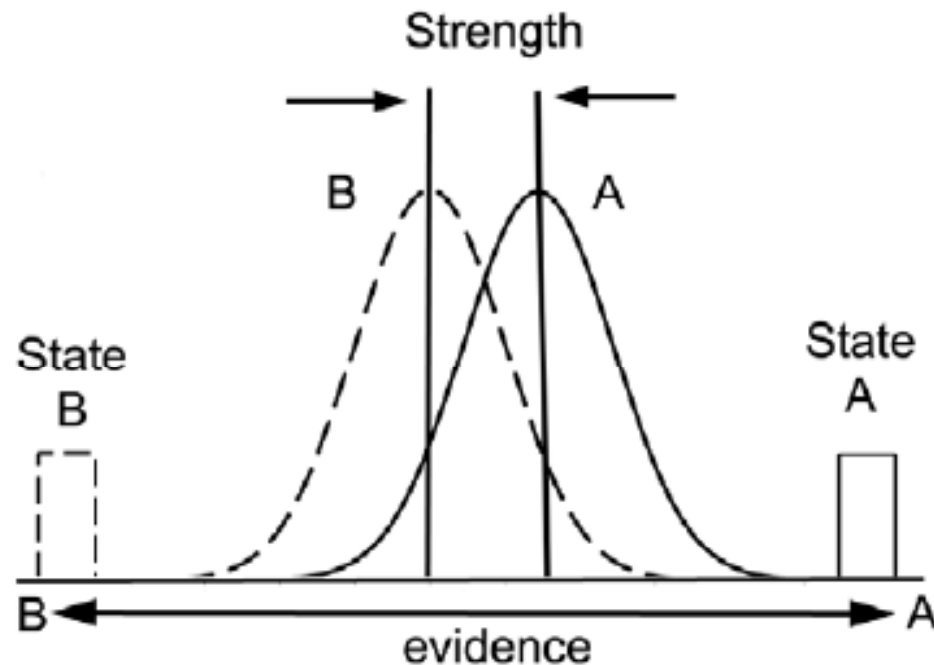
Les études de la mémoire épisodique suggèrent que les traces de mémoire varient continuellement dans leur force, mais que certaines sont également associées à un état mental discret.

-distinguer le *jugement de familiarité* de la capacité de *se souvenir* précisément (quand, où).

De la même manière, les jugements perceptifs pourraient se fonder sur deux types de signaux:

-un signal quantitatif, analogique, fondé sur une mesure globale de similarité (*strength*)

-un signal qualitatif, discret, qui amène une information précise et de haute résolution à la conscience (*state of knowing*).



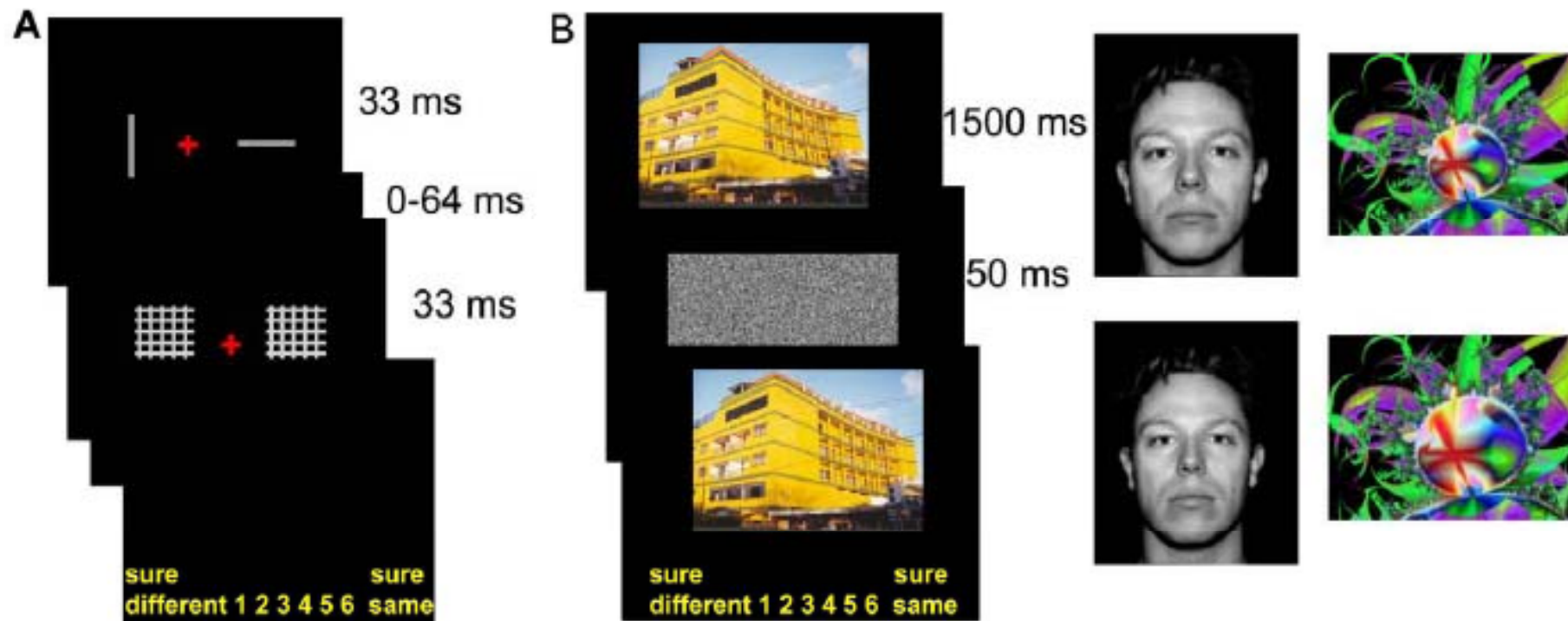
Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

La plupart des études psychophysiques utilisent des stimuli appauvris et proches du seuil de perception, ce qui pourrait minimiser la contribution de la composante discrète.

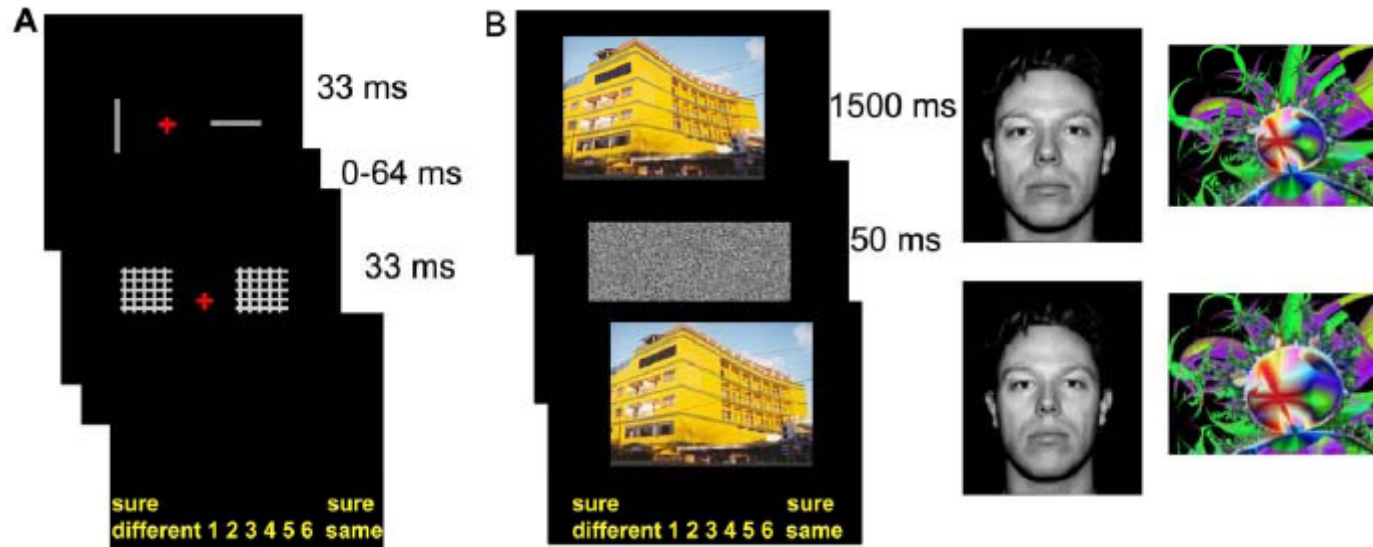
La perception d'images plus complexes et plus réalistes pourrait impliquer un état « tout-ou-rien » d'accès à la conscience.

Dans une série d'expériences, les sujets réalisent des jugements pareil/différent avec des images simples ou complexes.

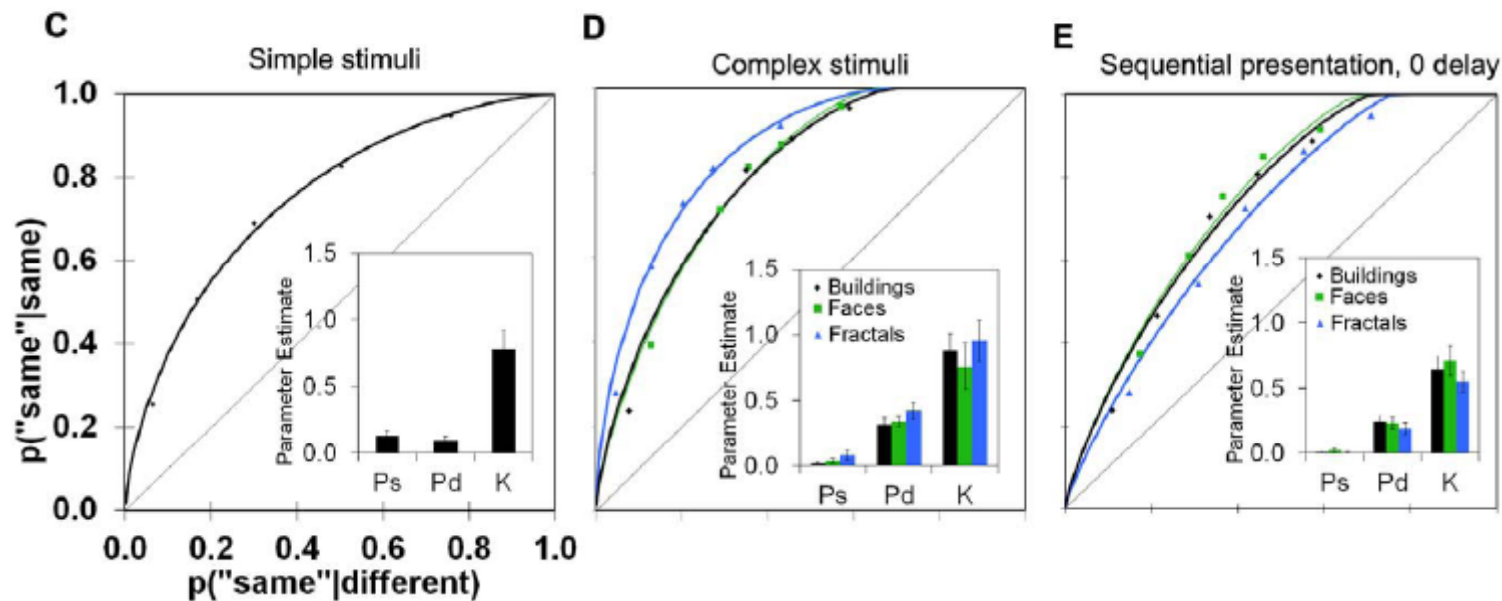


Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.



Deux processus:
- accès tout-ou-rien aux détails qualitatifs
- mesure globale de la similarité perceptive



Le processus tout-ou-rien permet d'identifier la différence, mais pas l'identité.

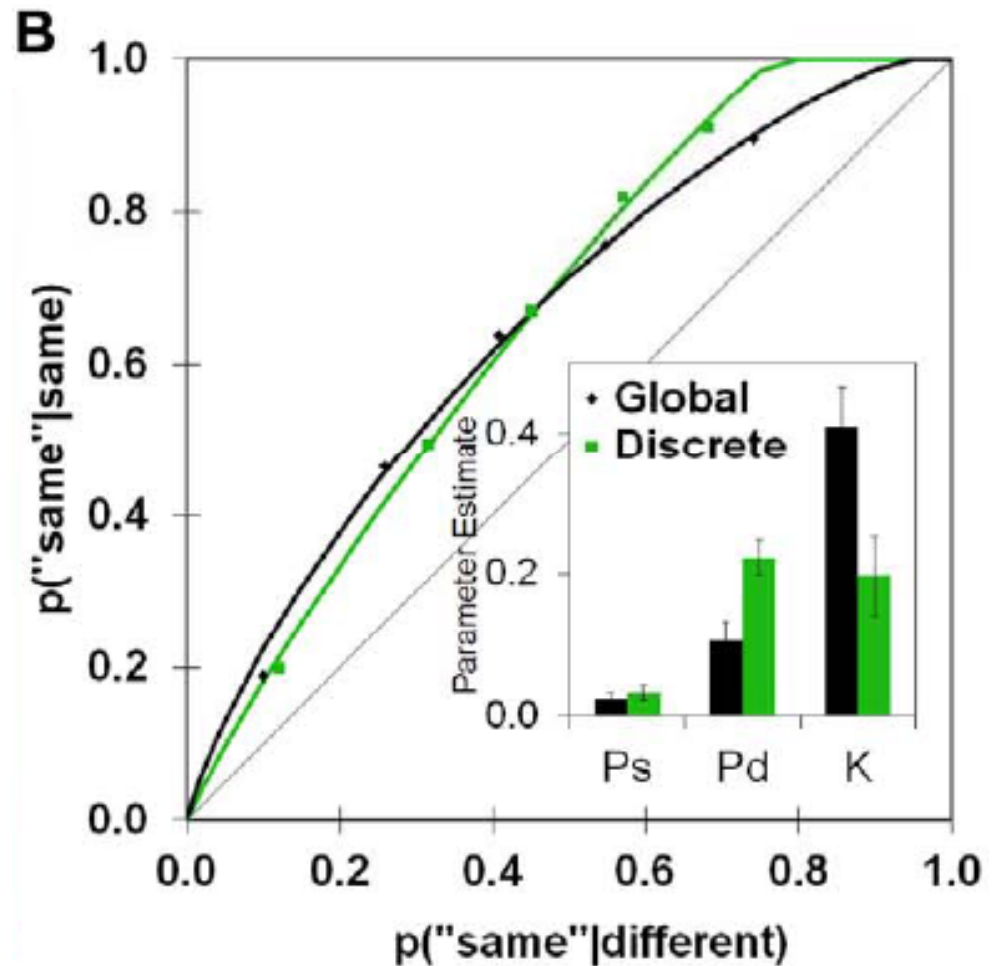
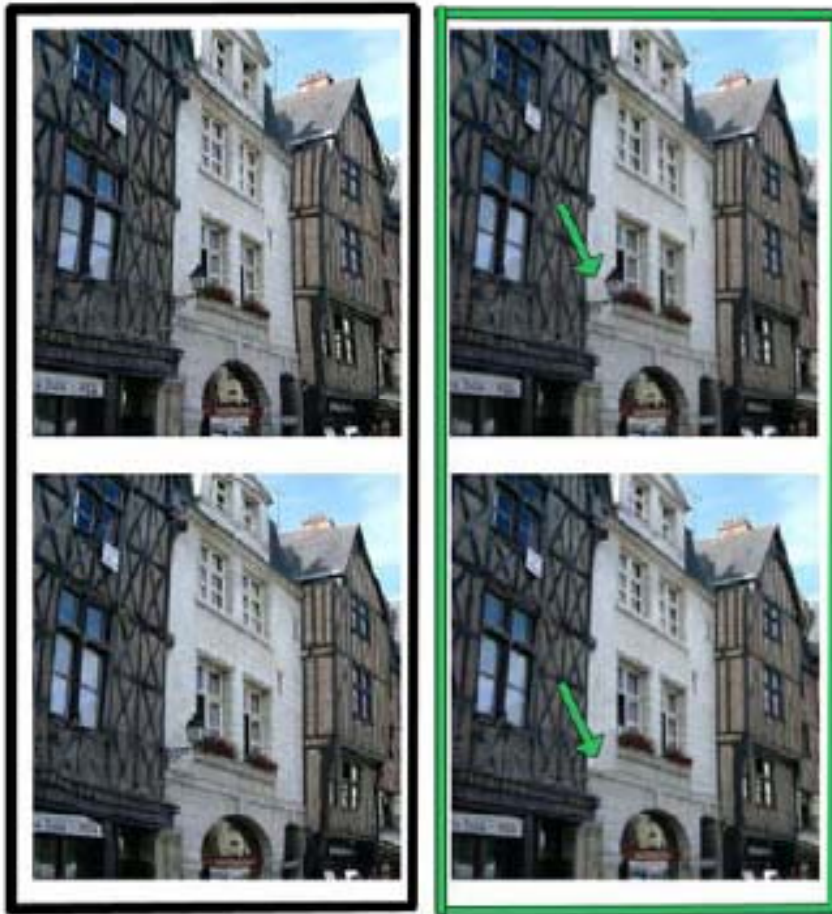
Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

Si ces deux processus sont différents, on doit pouvoir les influencer dans des sens opposés. Deux groupes de sujets participent à des conditions de changement global ou discret. Résultats: double dissociation.

distorsion globale

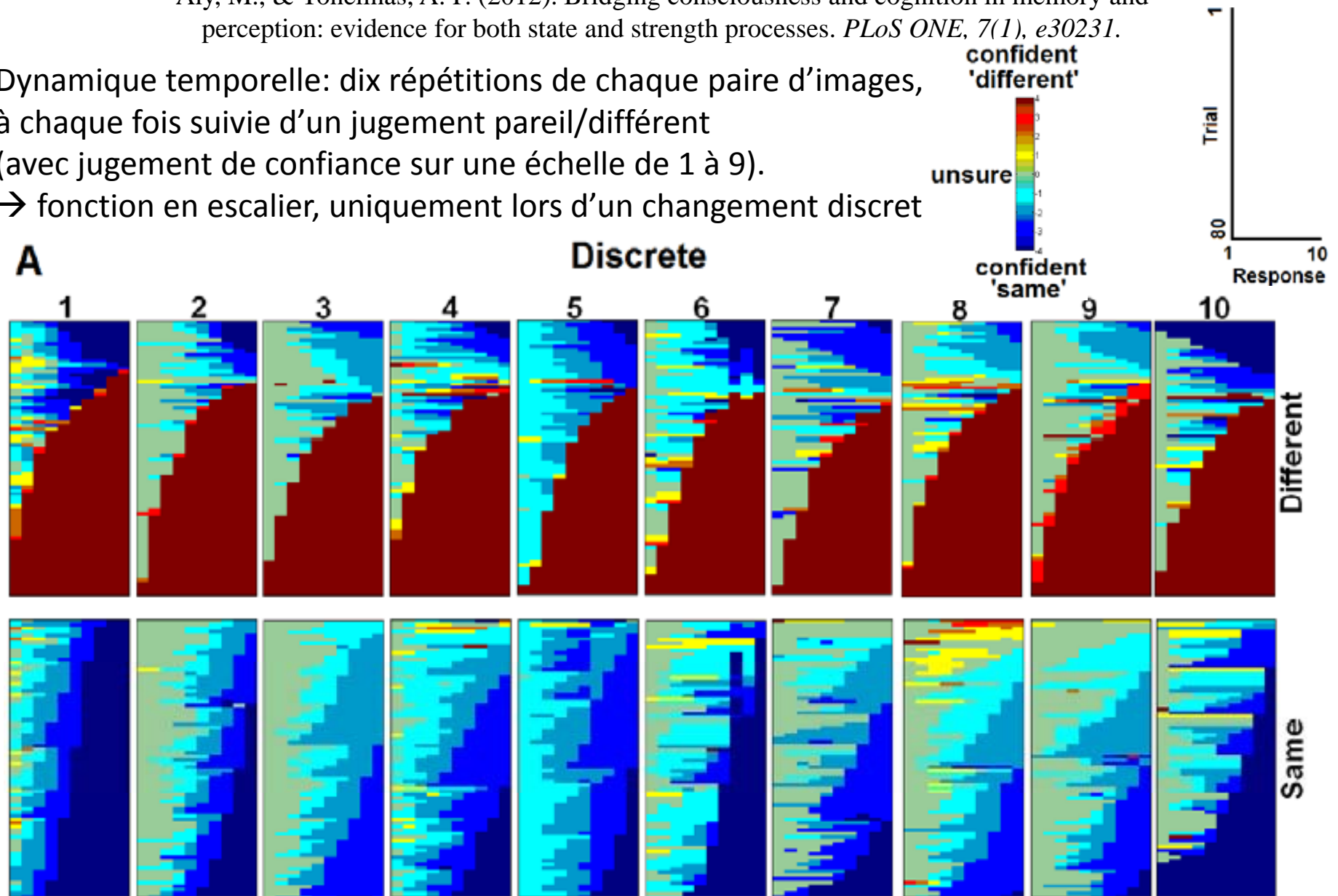
détail discret



Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

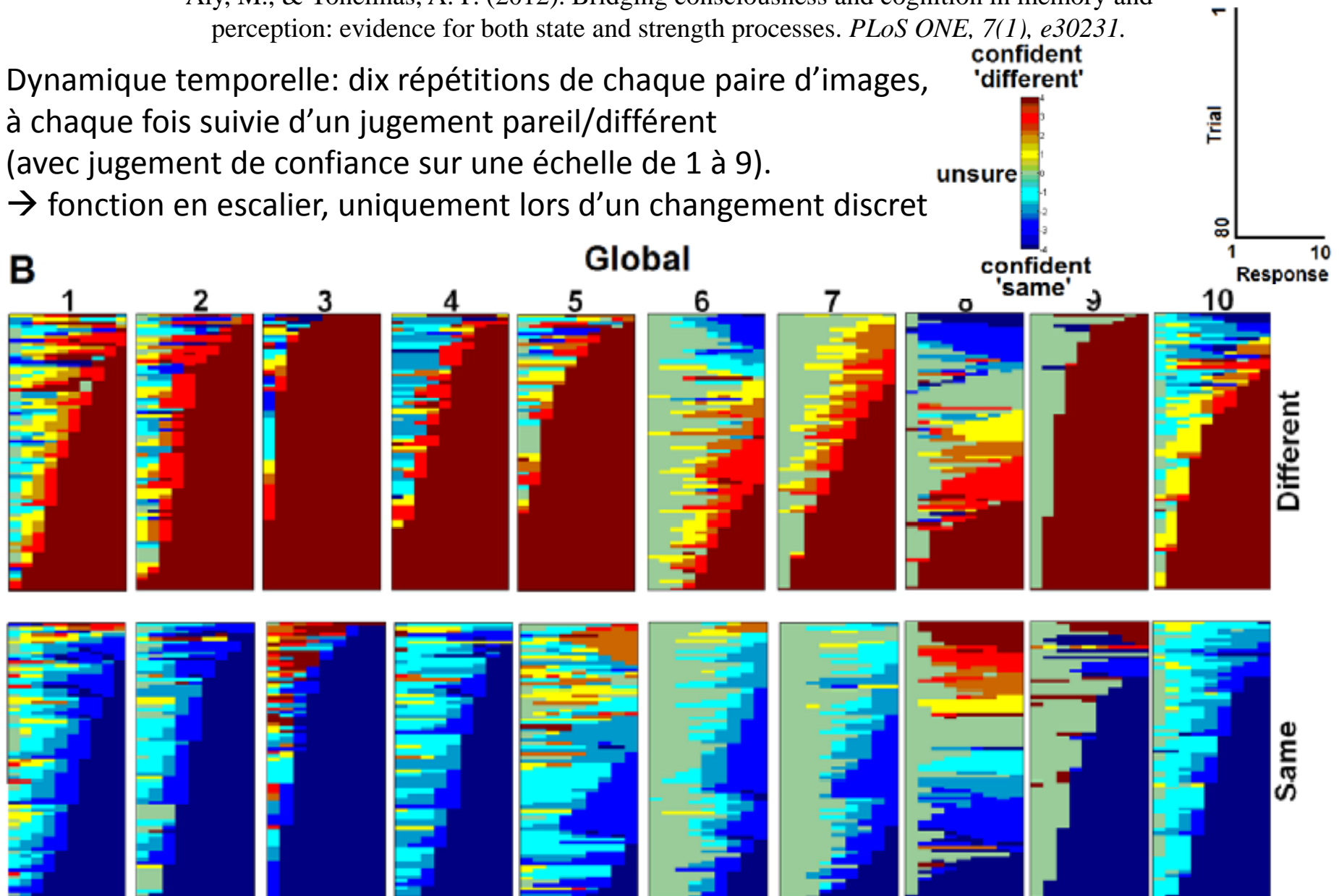
Dynamique temporelle: dix répétitions de chaque paire d'images, à chaque fois suivie d'un jugement pareil/différent (avec jugement de confiance sur une échelle de 1 à 9).
→ fonction en escalier, uniquement lors d'un changement discret



Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

Dynamique temporelle: dix répétitions de chaque paire d'images, à chaque fois suivie d'un jugement pareil/différent (avec jugement de confiance sur une échelle de 1 à 9).
→ fonction en escalier, uniquement lors d'un changement discret

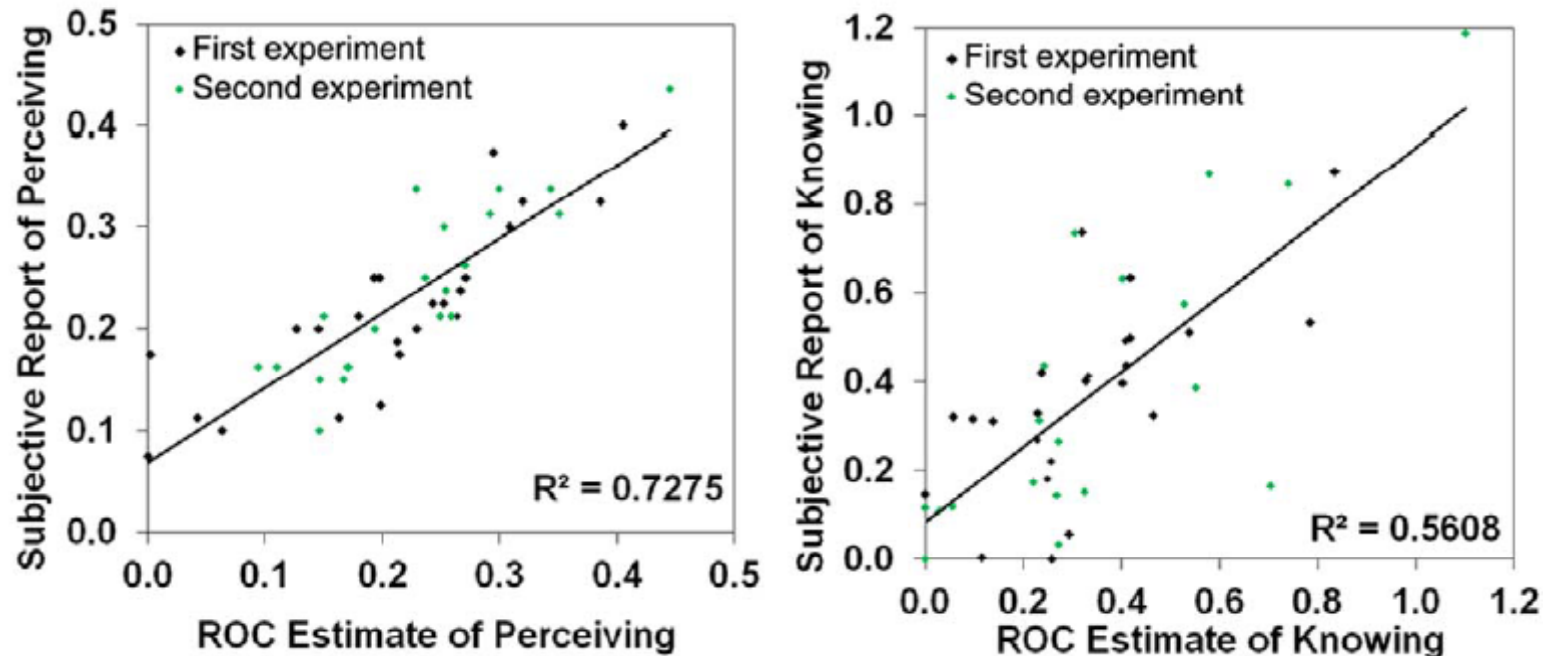


Coexistence de processus continus et discrets dans la perception

Aly, M., & Yonelinas, A. P. (2012). Bridging consciousness and cognition in memory and perception: evidence for both state and strength processes. *PLoS ONE*, 7(1), e30231.

Inspirés par le paradigme *remember-know* dans l'étude de la mémoire, les auteurs demandent aux sujets s'ils ont *perçu* la différence ou s'ils ont juste un *sentiment de savoir*. Ces rapports subjectifs corrèlent très étroitement avec les paramètres objectifs correspondants de la courbe de réponse.

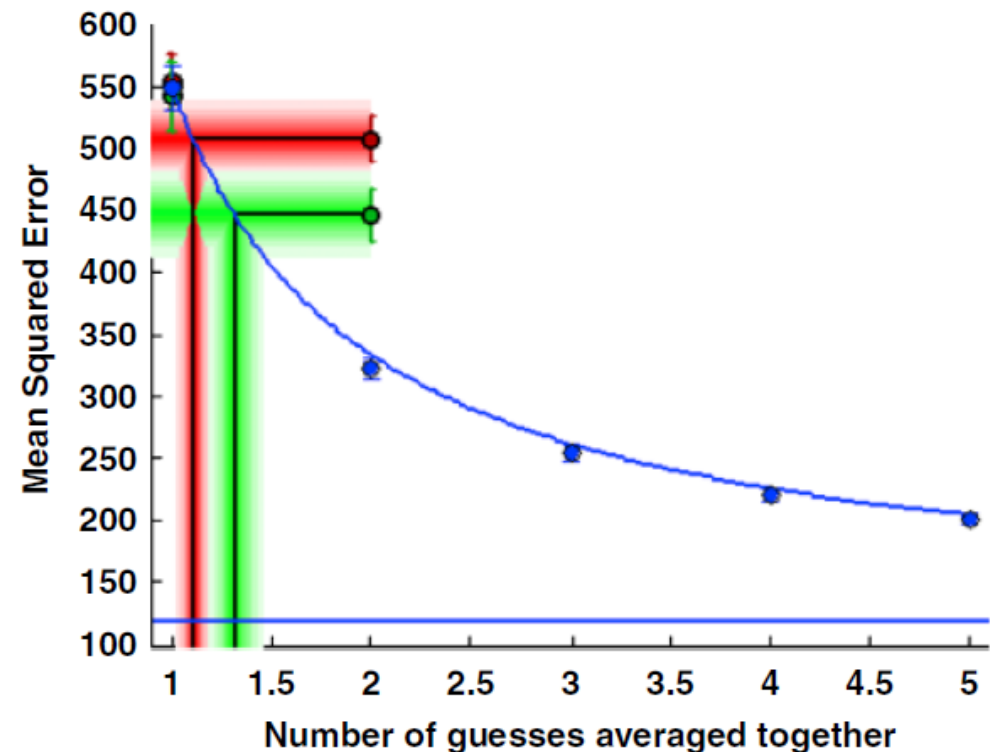
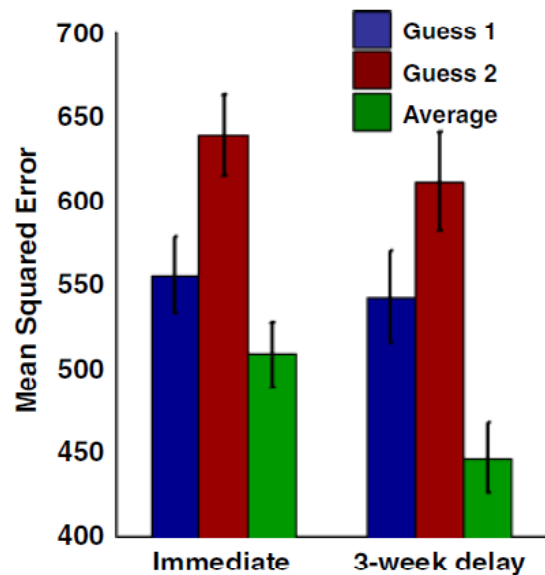
Conclusion: deux processus contribueraient à la perception, l'un continu, l'autre discret. *Tous deux* seraient susceptibles de faire l'objet d'un rapport conscient.



La notion d'échantillonnage probabiliste d'une distribution continue s'applique également à nos inférences cognitives

Vul, E., & Pashler, H. (2008). Measuring the Crowd Within: Probabilistic Representations Within Individuals. *Psychological Science (Wiley-Blackwell)*, 19(7), 645-647.

« quel pourcentage des aéroports mondiaux se trouvent aux Etats-Unis? »



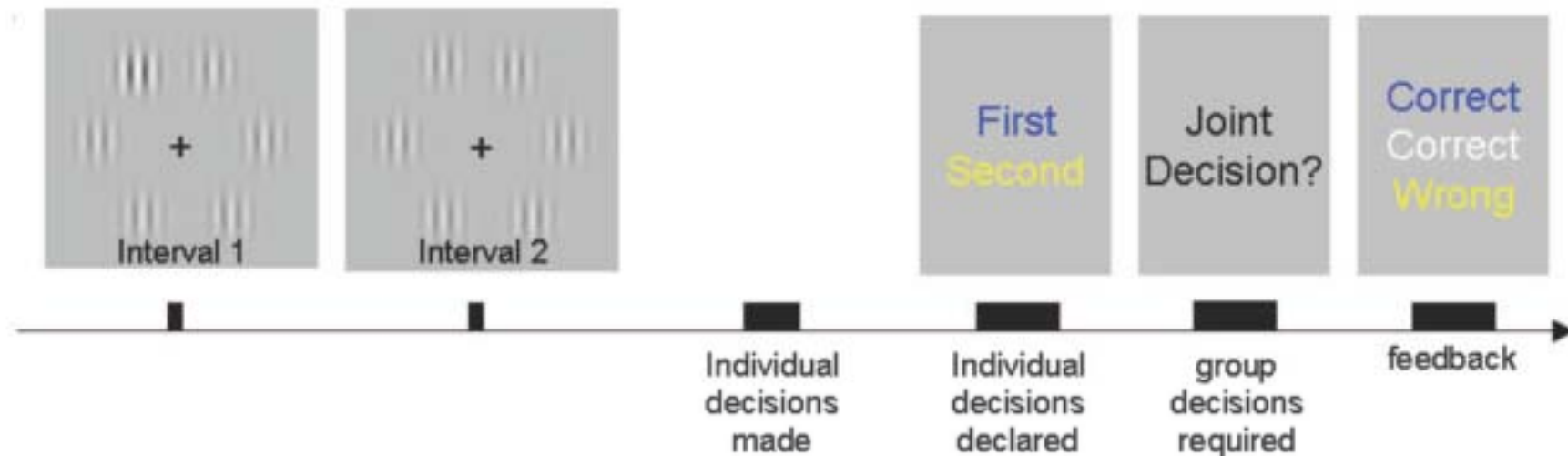
Deux échantillons successifs, issus de la même personne ou issues de personnes différentes, se rapprochent de la vérité.

« Two minds are better than one »

Bahrami, B., Olsen, K., Latham, P. E., Roepstorff, A., Rees, G., & Frith, C. D. (2010).
Optimally interacting minds. *Science*, 329(5995), 1081-1085.

Question posée: La prise de décision s'améliore-t-elle quand on demande à plusieurs personnes de se mettre d'accord?

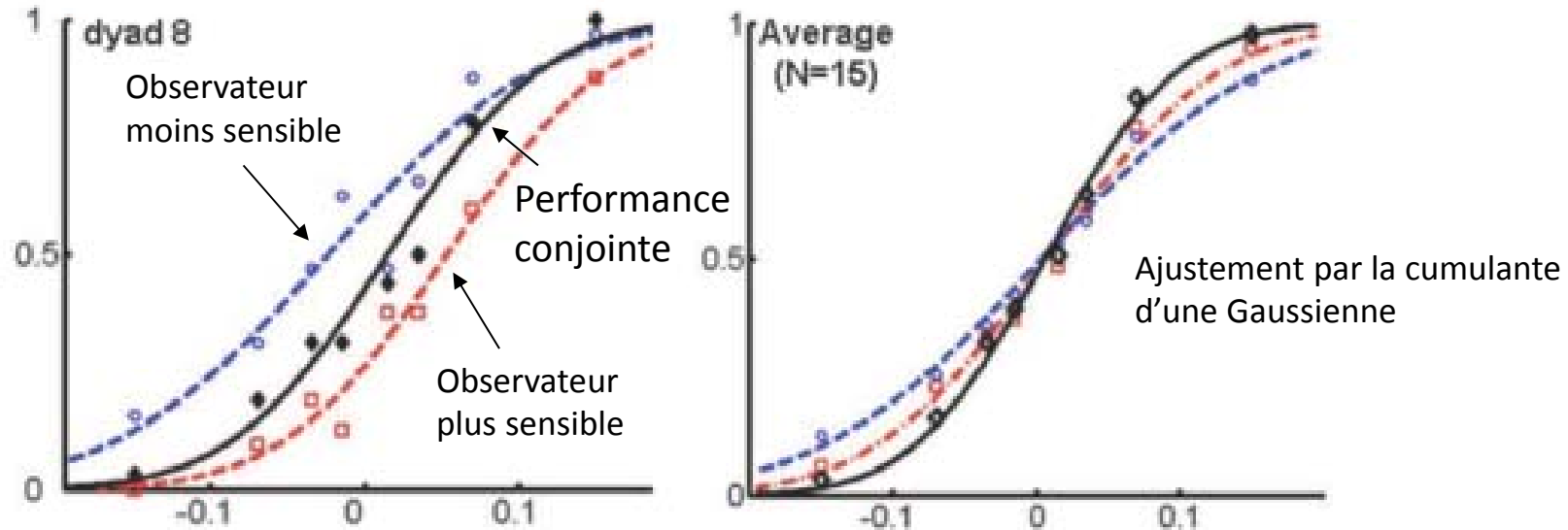
- Tâche psychophysique (décider quel intervalle contient une cible)
- Réalisée simultanément par deux sujets
- En cas de désaccord, l'expérience s'arrête et les deux personnes échangent jusqu'à ce qu'elles se mettent d'accord.



« Two minds are better than one »...

Bahrami, B., Olsen, K., Latham, P. E., Roepstorff, A., Rees, G., & Frith, C. D. (2010).
Optimally interacting minds. *Science*, 329(5995), 1081-1085.

La performance conjointe dépasse, en sensibilité (d' -prime), celle de chacun des individus, de leur moyenne, ou même du meilleur des deux.



Elle ne peut s'expliquer qu'en supposant que les participants échangent leur **niveau de confiance** sur ce qu'ils ont vu à un essai donné (*weighted confidence sharing model*).
Hypothèse: Le cerveau social humain aurait évolué pour rendre nos distributions de probabilités internes accessibles et communicables à d'autres personnes, de manière à permettre une **inférence Bayésienne collective**.

Les limites de l'inférence collective

Lorenz, J., Rauhut, H., Schweitzer, F., & Helbing, D. (2011). How social influence can undermine the wisdom of crowd effect. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 108(22), 9020-9025.

Des groupes de 12 sujets répondent à des questions du style « combien de meurtres ont été commis en Suisse en 2006? ».

A certains groupes, on demande simplement de répondre 5 fois sans information supplémentaire.

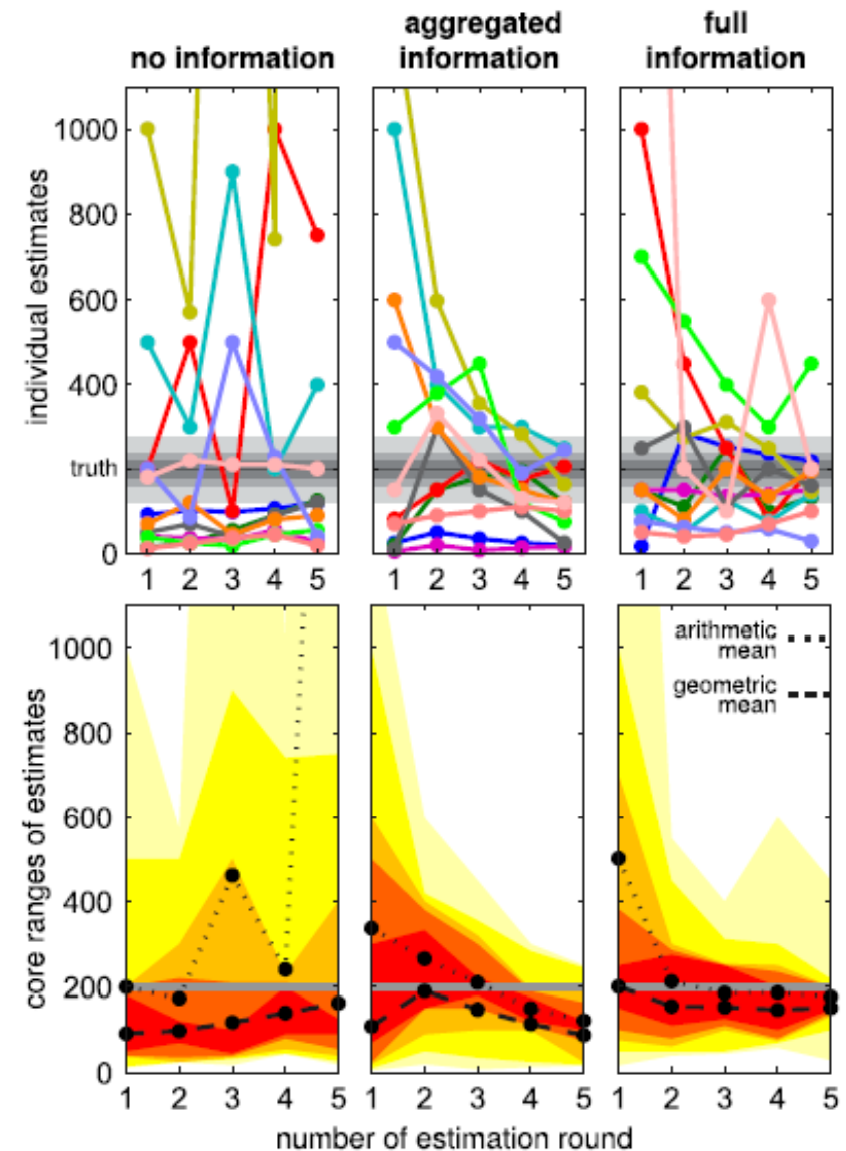
A d'autres on donne:

- soit la moyenne arithmétique des réponses du groupe à l'essai précédent
- soit tout le détail des réponses des 12 sujets

Pour éviter la possibilité d'une manipulation du groupe, les sujets sont payés uniquement en fonction de la justesse de leurs réponses (à 10, 20 ou 40% de la valeur exacte).

Résultats:

- Dans ce cas, la « sagesse des foules » s'exprime uniquement sur une échelle logarithmique – sans doute parce que les sujets doivent déterminer l'échelle de réponse appropriée.



Les limites de l'inférence collective

Lorenz, J., Rauhut, H., Schweitzer, F., & Helbing, D. (2011). How social influence can undermine the wisdom of crowd effect. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 108(22), 9020-9025.

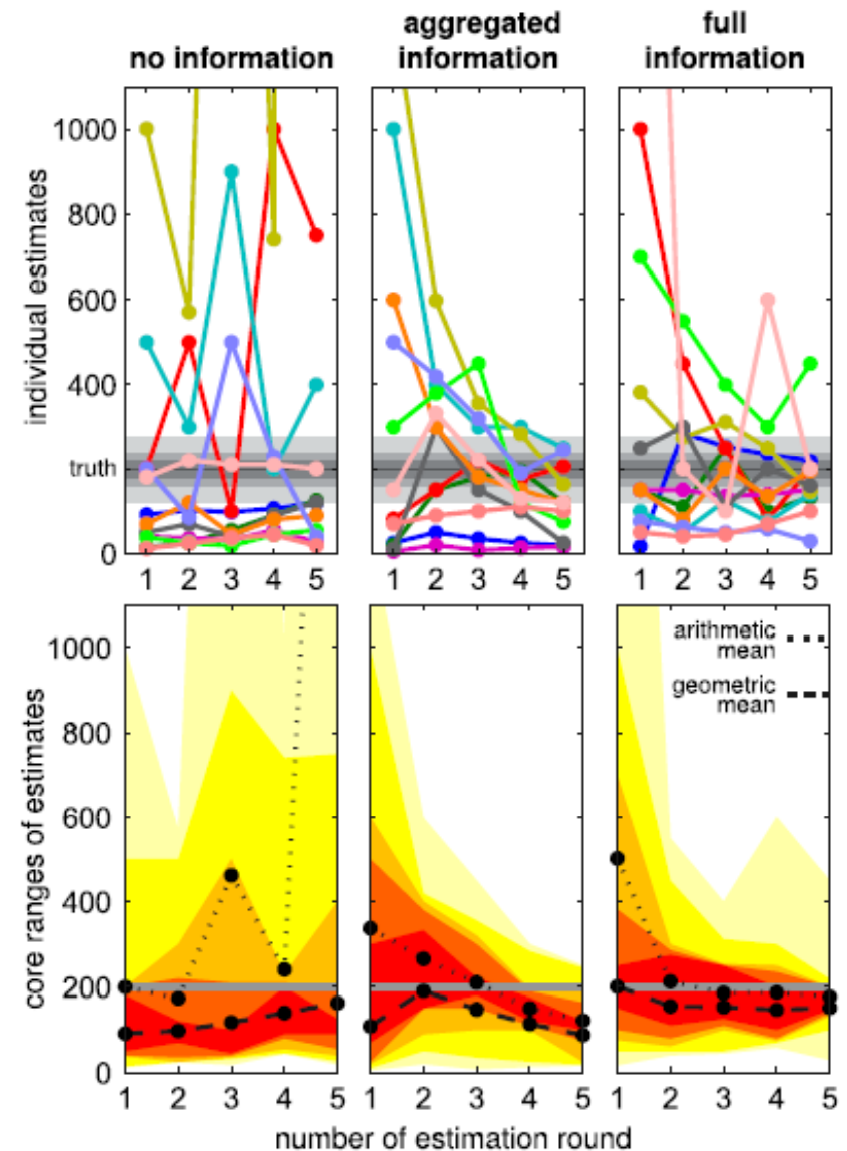
On observe trois limites majeures de l'inférence collective lorsque les sujets interagissent:

1. La diversité des opinions diminue rapidement sans que l'erreur ne décroisse
2. En conséquence, la réponse correcte occupe une place de plus en plus périphérique dans la distribution des réponses des sujets
3. La confiance des sujets augmente alors que la précision de leurs réponses n'augmente pas.

Conclusion:

L'effet de sagesse des foules est bien réel, mais il est soumis à des influences sociales qui en réduisent considérablement l'utilité.

Les conditions nuisibles ne sont pas rares: ce sont toutes celles où une opinion subjective est partagée, sans indication du degré de confiance qu'on peut lui accorder.



Pourquoi notre cerveau échantillonne-t-il les distributions et calcule-t-il, au moins en partie, avec des états discrets?

L'échantillonnage n'est pas nécessairement la meilleure solution: il pourrait être plus adapté de travailler avec la distribution toute entière, ou bien de choisir toujours la solution la plus probable (*maximum a posteriori*, MAP).

Dans ce cas, pourquoi échantillonner?

Plusieurs hypothèses:

-Au-delà d'un certain niveau de complexité, il se pourrait que l'échantillonnage soit la seule manière de faire le calcul (les distributions ne seraient pas réellement « représentées » mais simplement « utilisées » de façon implicite)

-Le système nerveux serait capable de représenter des distributions continues, mais devrait les réduire à un échantillon unique au moment de prendre une décision motrice.

Notre conscience perceptive aurait évolué à partir d'une architecture cérébrale essentiellement dédiée à l'action.

La boucle perception-action vue dans une perspective Bayésienne

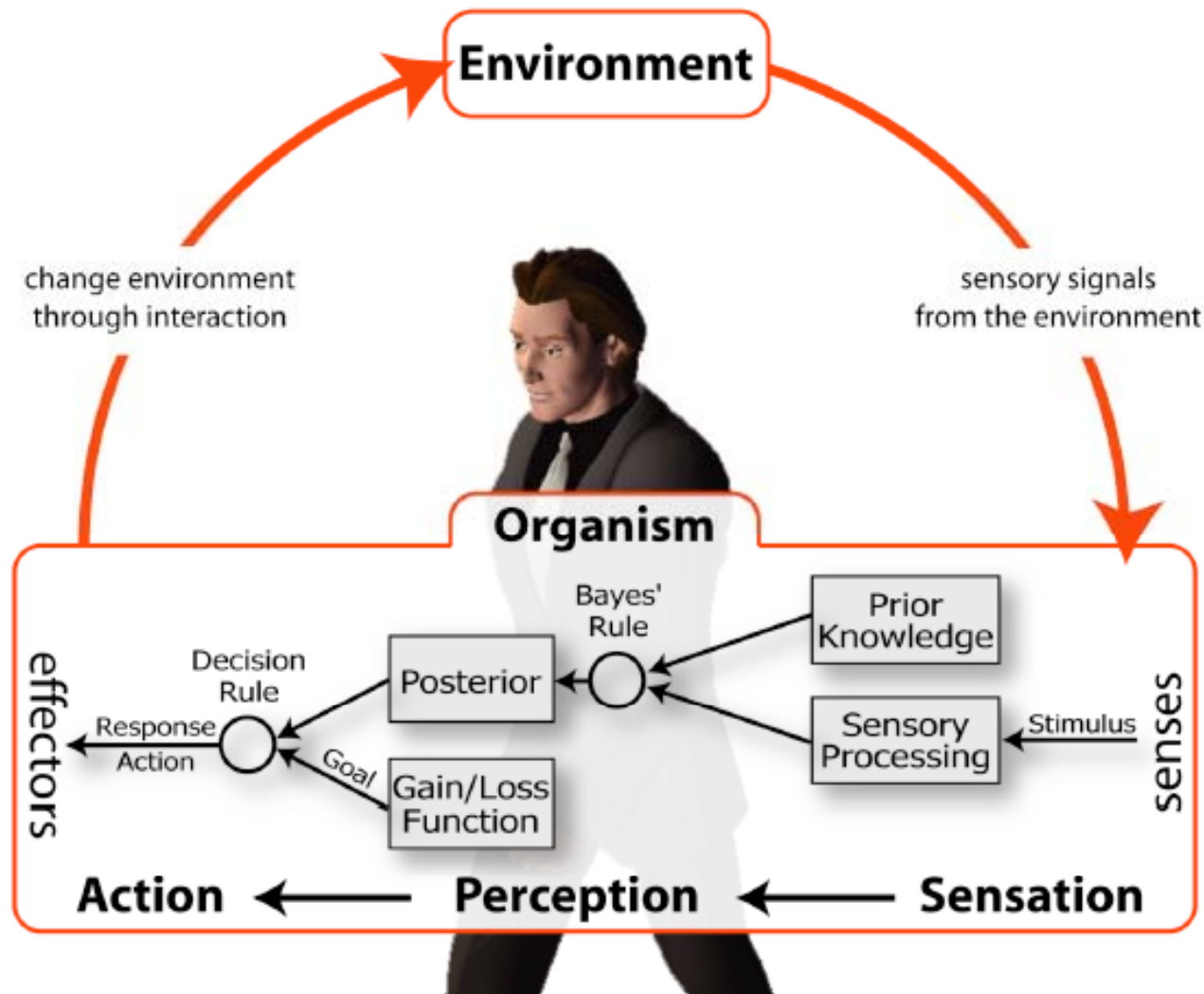


Figure 10: Perception/Action-Loop including Bayesian Decision Theory (BDT). See text for details. *(taken with permission from Ernst & Bühlhoff, 2004)

Le rôle essentiel de la fonction de coût

Trommershauser, J., Maloney, L. T., & Landy, M. S. (2008). Decision making, movement planning and statistical decision theory. *Trends Cogn Sci*, 12(8), 291-297.

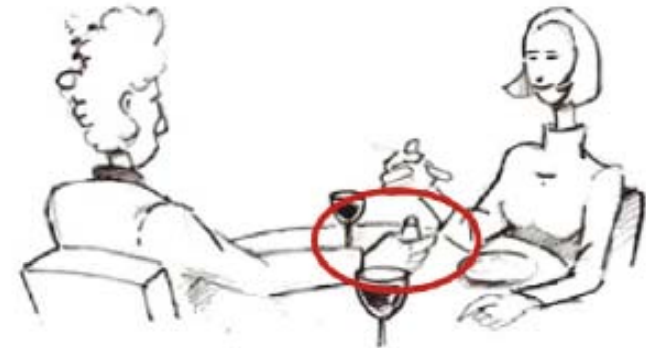
(a)



(b)



(c)



Un diagramme simplifié de la prise de décision

Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Res*, 50(23), 2362-2374.

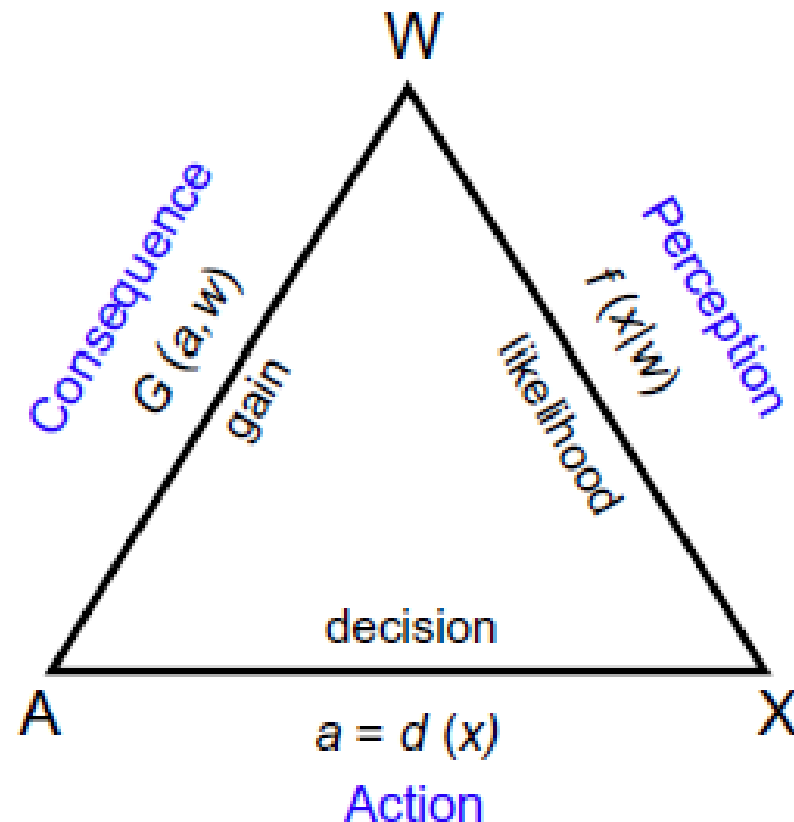
Chaque état du monde (w) se traduit par une distribution d'états sensoriels (x).

Le problème de la décision consiste à choisir l'action (a) en fonction des états sensoriels (x).

Les actions ont des conséquences positives ou négatives qui dépendent des états réels du monde, selon une fonction de Gain (ou de Coût) $G(a,w)$.

Dans cette perspective « orientée vers l'action », l'objectif est de choisir l'action $a=d(x)$ qui maximise l'espérance du Gain:

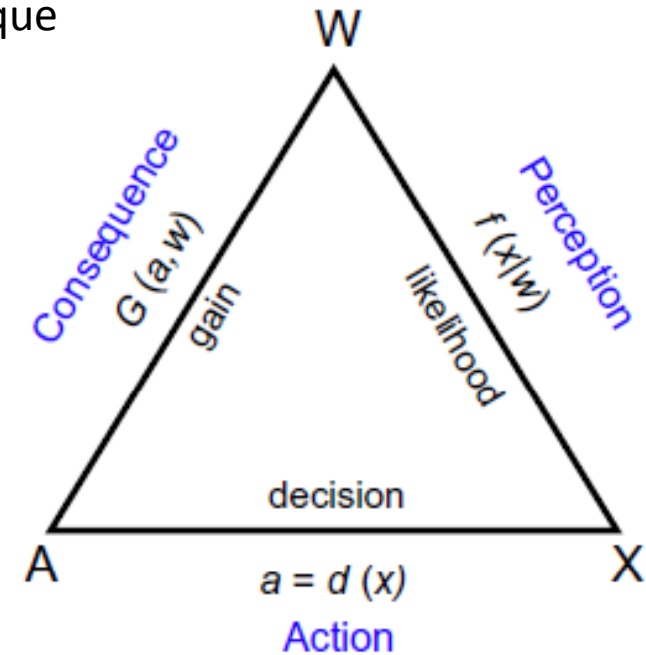
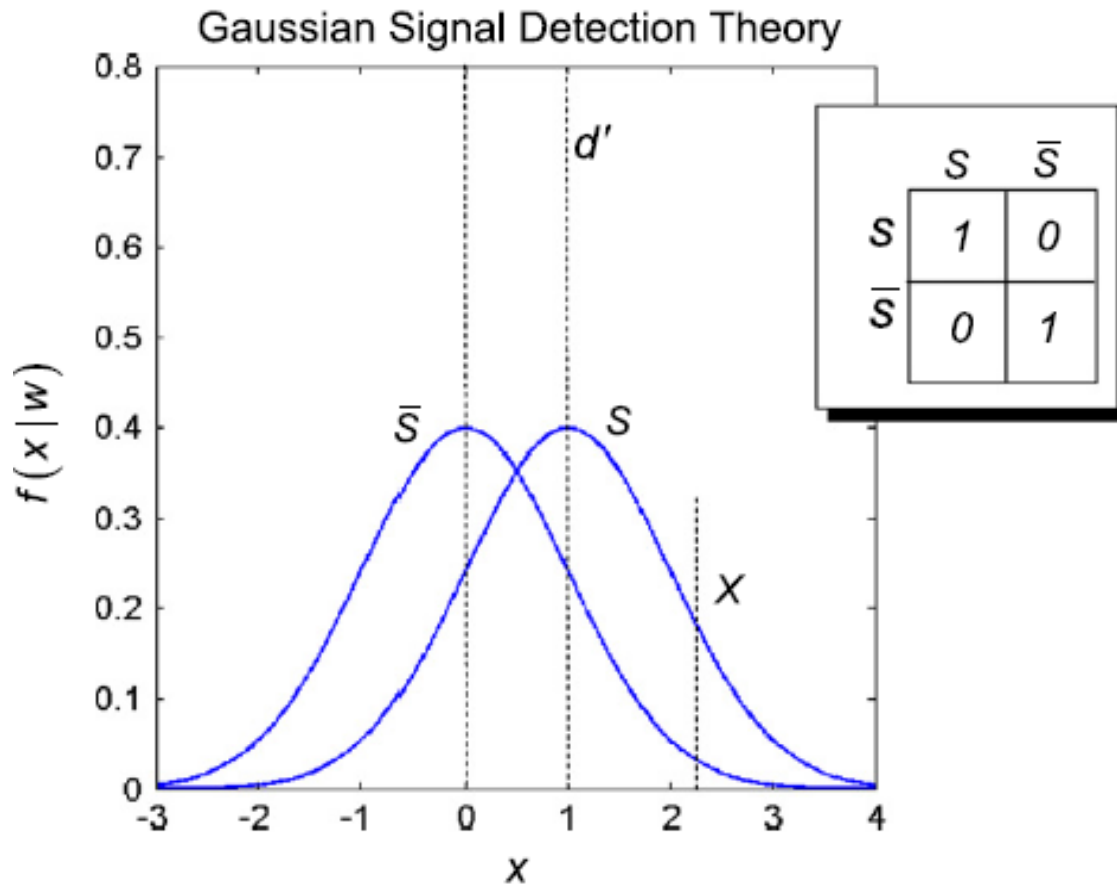
$$EG[d|w] = \int_{-\infty}^{\infty} G(d(x), w) f(x|w) dx$$



La théorie classique de la détection du signal dérive de cette vision Bayésienne de la décision d'agir

Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Res*, 50(23), 2362-2374.

Dans la théorie classique de la détection du signal, il n'y a que deux états possibles du monde: $w = S$ ou $w = \text{non-S}$
Et une fonction de Gain très simple.



La théorie classique de la détection du signal dérive de cette vision Bayésienne de la décision d'agir

Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Res*, 50(23), 2362-2374.

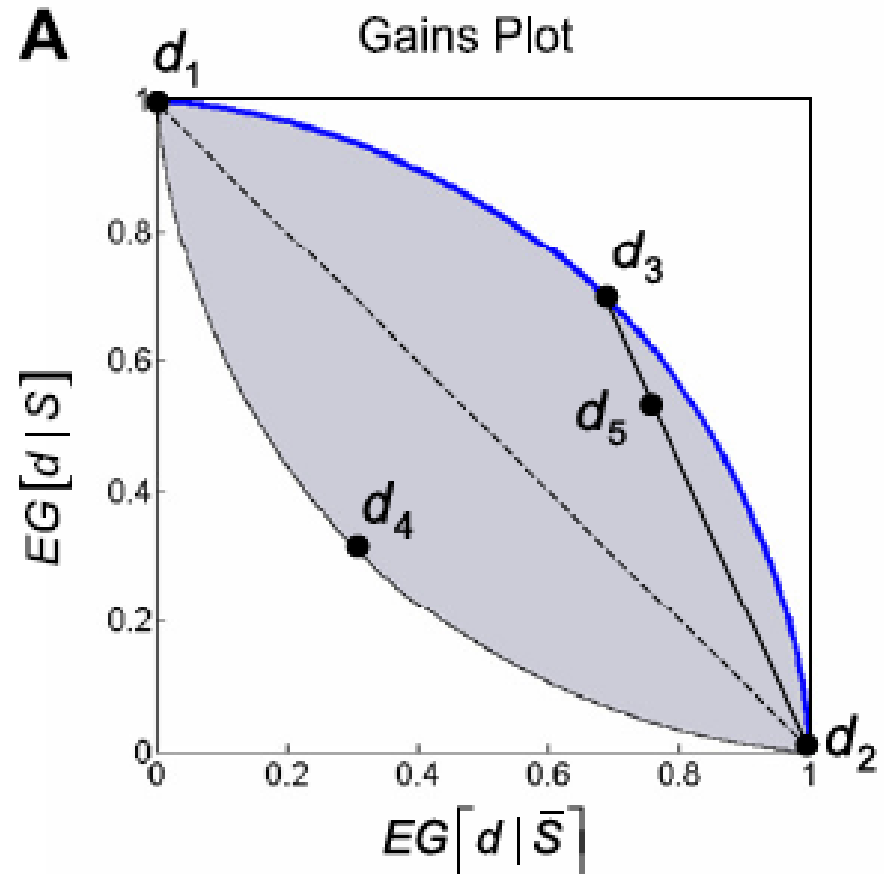
Considérons diverses règles de décision

- d1 = toujours choisir l'action « S »
- d2 = toujours choisir l'action « non-S »
- d3 = choisir S si $x > 0.5$, non-S sinon
- d4 = l'inverse
- d5 = d3 avec une probabilité p , d2 avec $1-p$

Notion de « dominance »: d3 a toujours une espérance de gain supérieure à d4, quel que soit l'état du monde.

Seules les règles de décision dont les gains espérés sont sur la courbe bleue ne sont pas dominées et sont donc « admissibles ».

La règle d3 obéit au critère « minimax »: elle maximise le gain minimum, dans les pires conditions.



La théorie classique de la détection du signal dérive de cette vision Bayésienne de la décision d'agir

Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Res*, 50(23), 2362-2374.

Prise de décision Bayésienne:

Les états du monde w ont des probabilités *a priori* $\pi(w)$

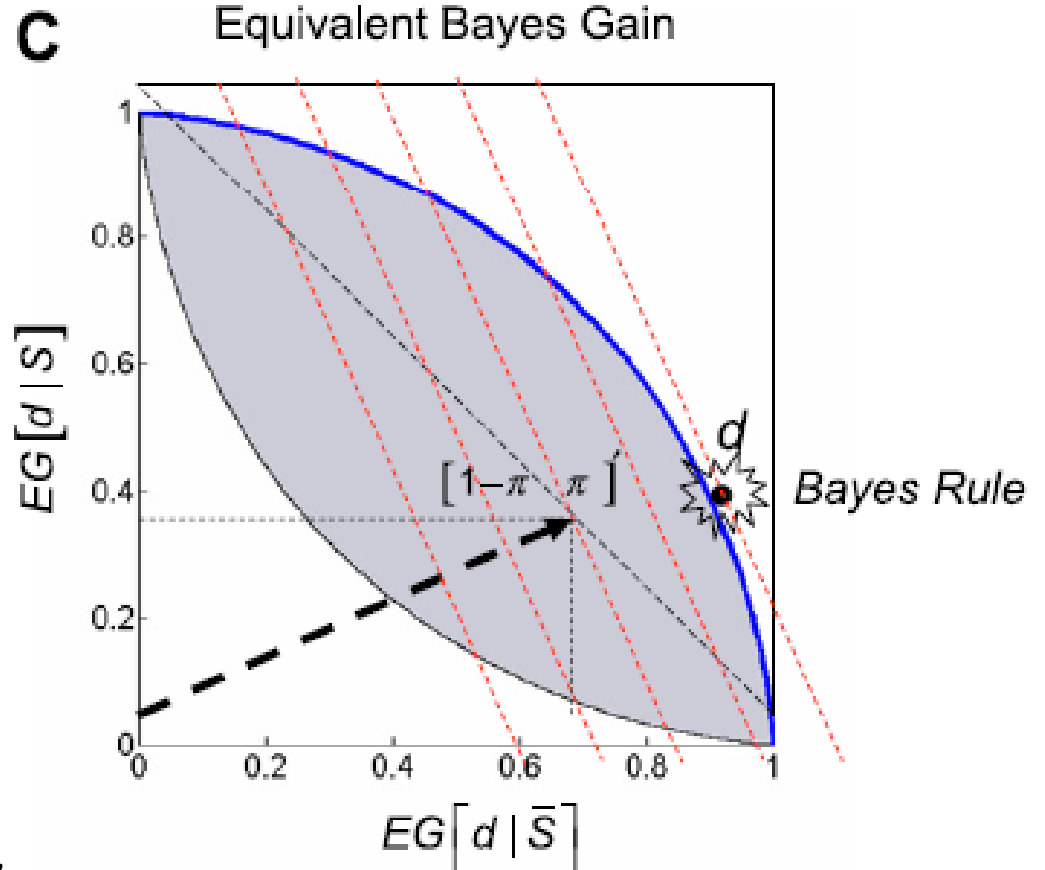
Il convient de les prendre en compte pour maximiser le gain.

$$BG(d) = \int_{-\infty}^{\infty} EG[d|w] \pi(w) dw$$

Cette équation assigne un nombre unique à chaque règle admissible, et il suffit donc de les classer pour trouver la règle optimale.

Dans le cas où il n'y a que deux états S et non-S, de probabilités a priori π et $1-\pi$, on peut trouver une solution graphique.

- toutes les règles situées une droite rouge, perpendiculaire au vecteur $[1-\pi, \pi]$, ont la même espérance de gain. Il suffit de choisir la meilleure.



La théorie classique de la détection du signal dérive de cette vision Bayésienne de la décision d'agir

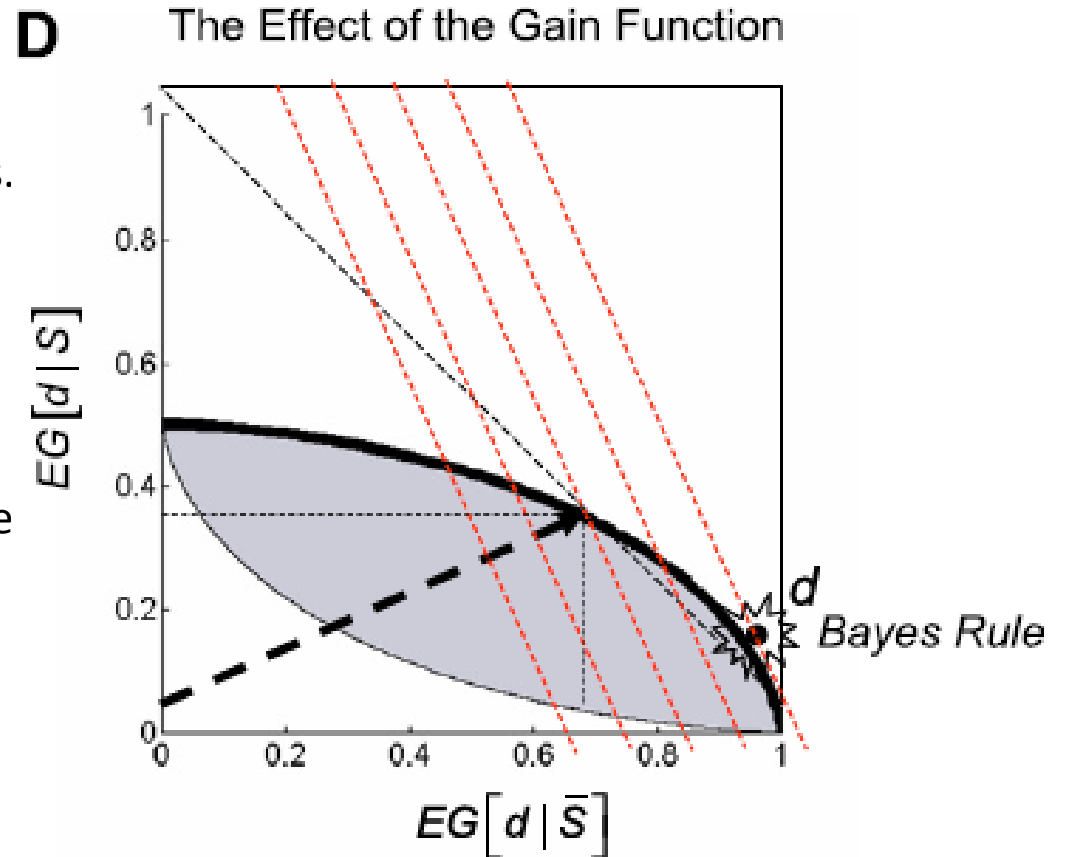
Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Res*, 50(23), 2362-2374.

Compensation pour des changements de la fonction de Gain:

- Un changement du Gain se comporte comme un changement d'échelle des axes.
- Cela se traduit par un déplacement approprié de la règle optimale.

A noter que tout comportement effectivement observé peut être situé sur ce graphe, et pourra donc être expliqué de façon équivalente:

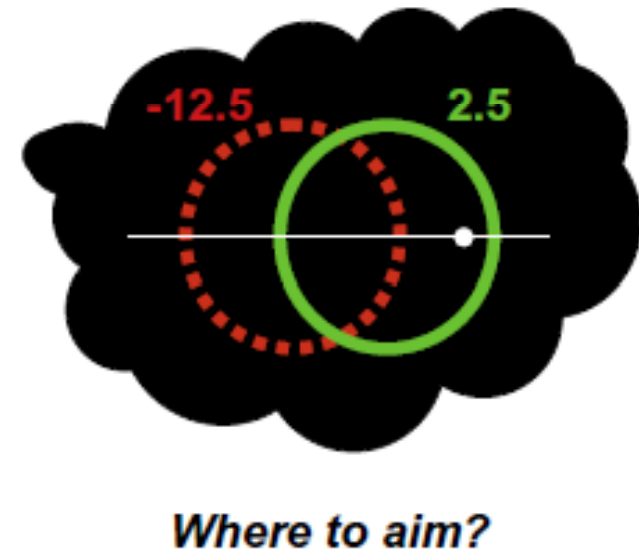
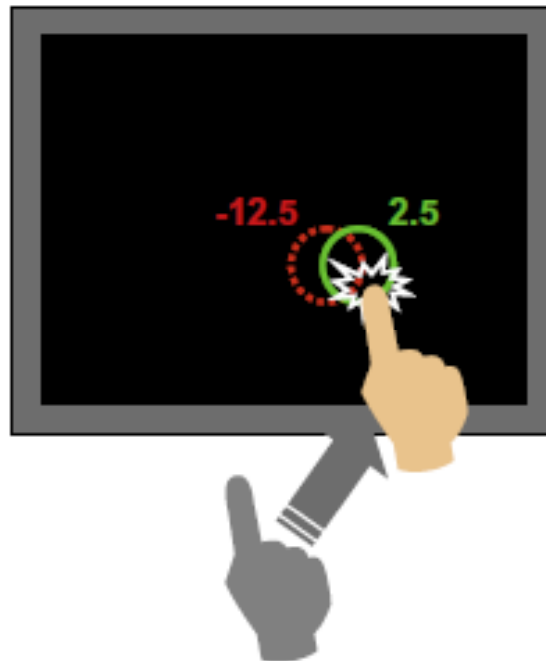
- soit par une distorsion de la fonction de Gain
- soit par une distorsion des probabilités a priori



Le rôle essentiel de la fonction de Gain dans la sélection de l'action: les expériences de Trommershäuser et al.

Tâche motrice
élémentaire:

- viser très rapidement en direction d'un cercle vert (ce qui induit une probabilité d'erreur)
- avec un coût si l'on touche l'intérieur du cercle rouge



Trommershäuser, J., Gepshtein, S., Maloney, L. T., Landy, M. S., & Banks, M. S. (2005). Optimal compensation for changes in task-relevant movement variability. *J Neurosci*, 25(31), 7169-7178.

Trommershäuser, J., Landy, M. S., & Maloney, L. T. (2006). Humans rapidly estimate expected gain in movement planning. *Psychol Sci*, 17(11), 981-988.

Trommershäuser, J., Maloney, L. T., & Landy, M. S. (2008). Decision making, movement planning and statistical decision theory. *Trends Cogn Sci*, 12(8), 291-297.

Le rôle essentiel de la fonction de Gain dans la sélection de l'action: les expériences de Trommershäuser et al.

Au début de l'expérience, les sujets s'entraînent avec la cible verte seule.
Cela leur permet d'apprendre à répondre vite, et surtout d'apprendre leur propre distribution de probabilité de réponse.
Celle-ci étant connue, on peut calculer la « loterie » équivalente pour chaque point visé

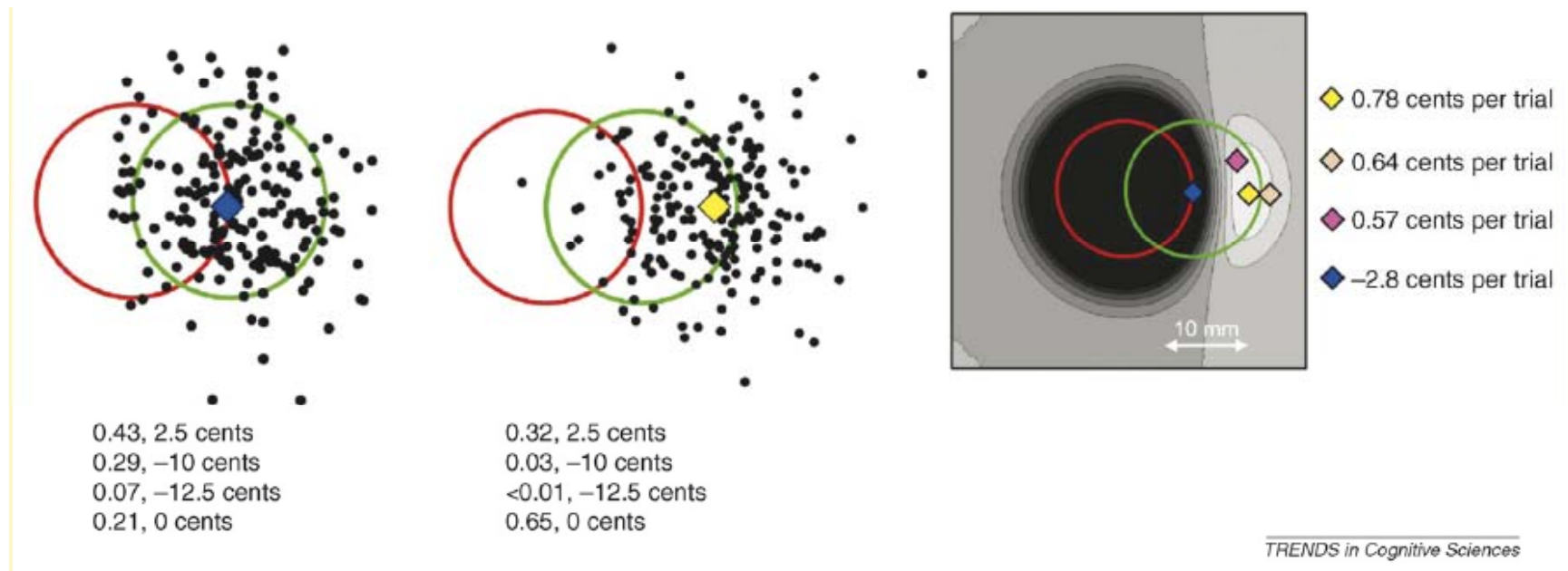
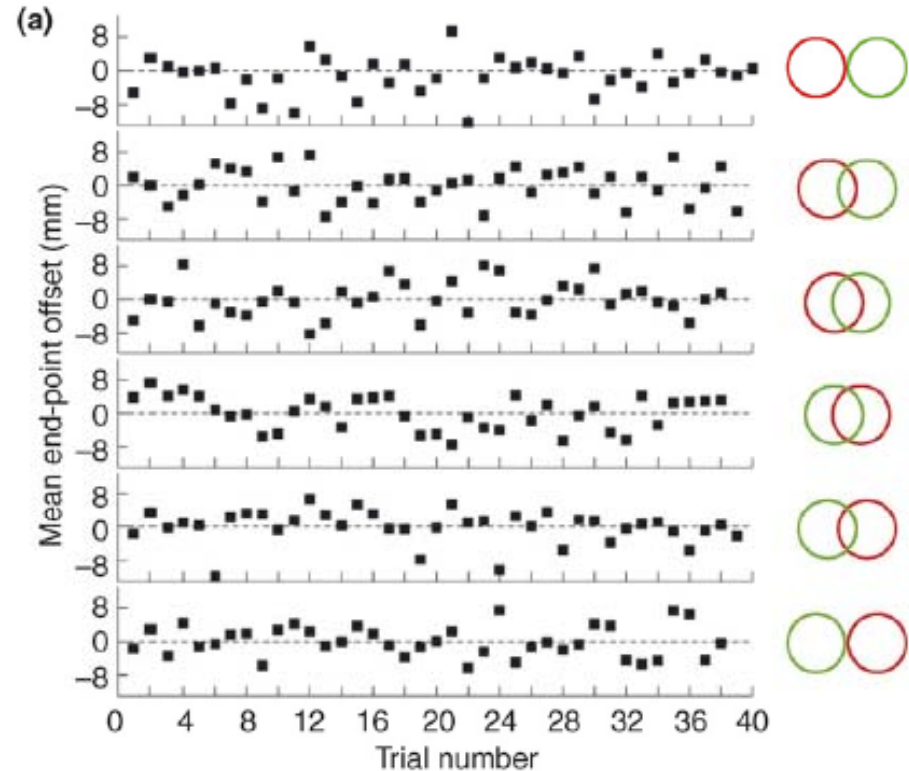
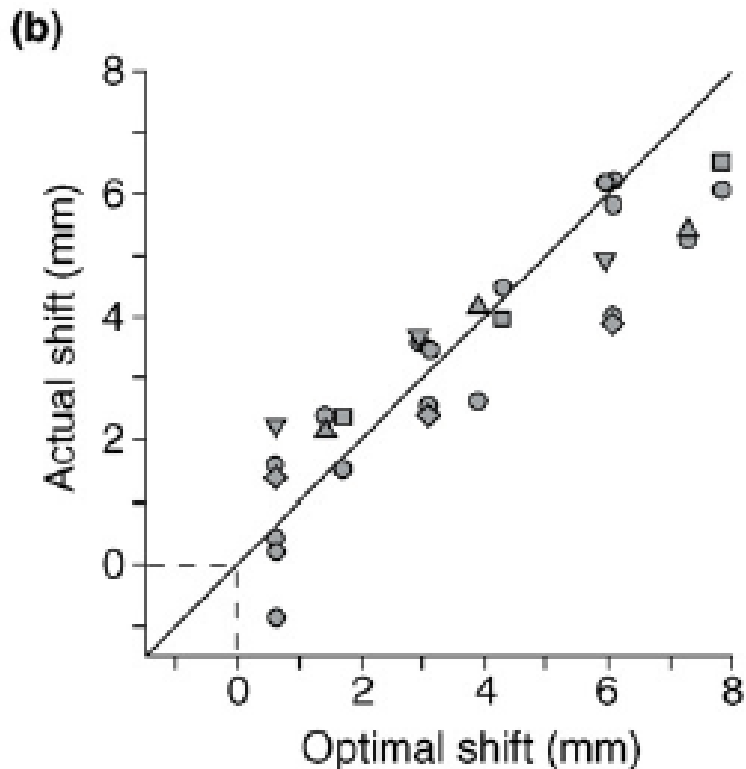


Figure 1. Equivalence of a movement task and decision making under risk. Subjects must touch a computer screen within a limited period of time (e.g. 700 ms). Subjects can win 2.5 cents by hitting inside the green circle, lose 12.5 cents by hitting inside the red circle, lose 10 cents by hitting where the green and red circle overlap or win nothing by hitting outside the stimulus configuration. Each possible aim point on the computer screen corresponds to a lottery. **(a)** Expected gain for a subject aiming at the center of the green target (aim point indicated by the blue diamond). Black points indicate simulated end points for a representative subject (with 5.6 mm end-point standard deviation); target and penalty circles have radii of 9 mm. This motor strategy yields an expected loss of 2.8 cents per trial. The numbers shown below the target configuration describe the lottery corresponding to this aim point (i.e. the probabilities for hitting inside each region and the associated gain). **(b)** Expected gain for a subject with the same motor uncertainty as in (a). Here, we simulate the same subject aiming towards the right of the target center (yellow diamond) to avoid accidental hits inside the penalty circle. This strategy results in an expected gain of 0.78 cents per trial and corresponds to the strategy (aim point) that maximizes expected gain. **(c)** Each possible aim point corresponds to a lottery and has a corresponding expected gain, shown by the grayscale background with four particular aim points highlighted.

Le rôle essentiel de la fonction de Gain dans la sélection de l'action: les expériences de Trommershäuser et al.

Résultats: à travers 6 conditions d'écartement des cercles (mélangées aléatoirement au sein d'un même bloc), les sujets déplacent leur point visé de manière quasi-optimale. Ils le font d'emblée, sans apprentissage apparent.



Conclusions:

- les sujets apprennent leur propre fonction d'incertitude sensori-motrice
- ils peuvent la combiner instantanément avec une nouvelle fonction de gain afin d'atteindre une performance quasi-optimale (*contra* Kahneman & Tversky?)

L'introduction de la variable « temps »

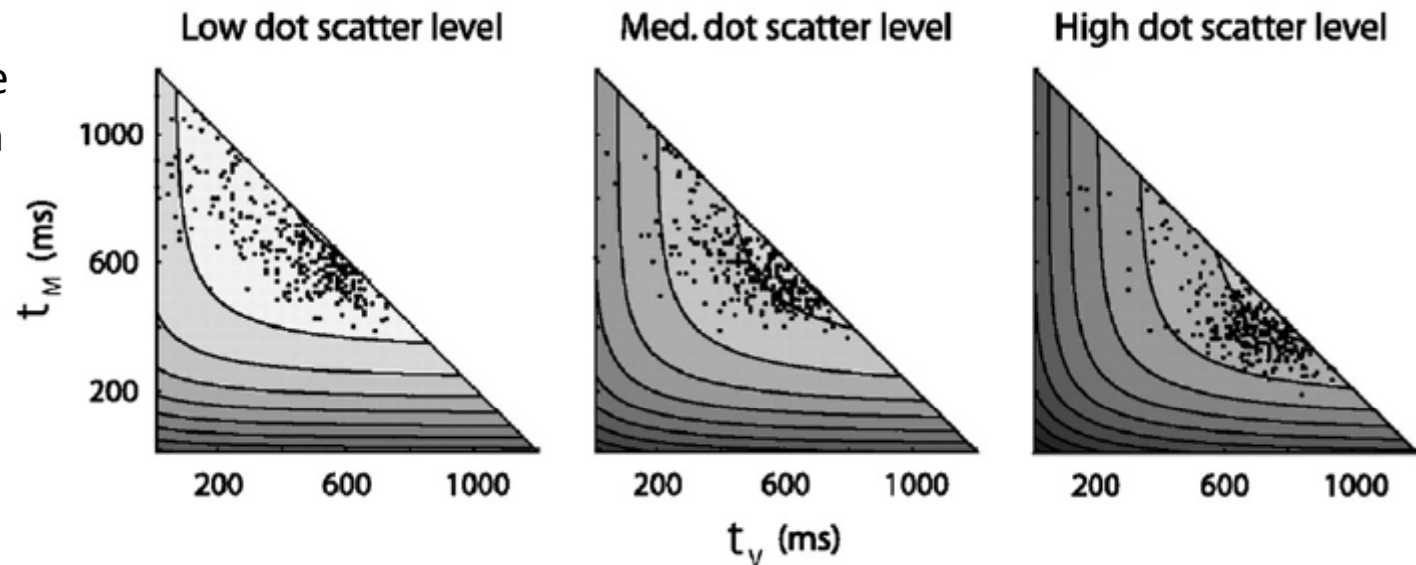
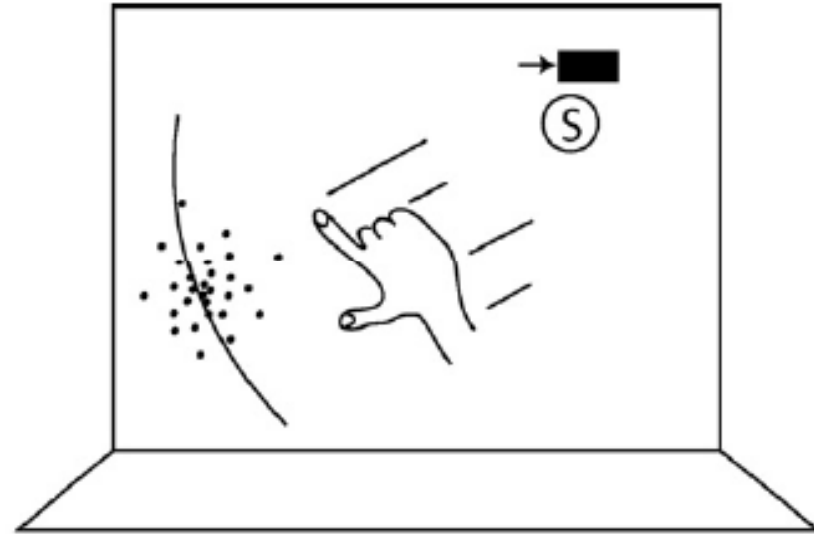
Battaglia, P. W., & Schrater, P. R. (2007). Humans trade off viewing time and movement duration to improve visuomotor accuracy in a fast reaching task. *J Neurosci*, 27(26), 6984-6994.

La décision d'agir comporte une dimension temporelle: Comment arbitrer entre le temps consacré à la prise de décision, et le temps consacré au mouvement?

Battaglia et Schrater demandent de pointer vers une cible dont la position n'est connue qu'à travers une distribution bruitée, avec une limite temporelle

Selon la quantité de bruit, les sujets adaptent leurs temps de décision (t_v) et leur temps de mouvement (t_M)

Leur choix est proche de l'optimum de gain calculé selon un modèle qui prend en compte la variabilité des mouvements en fonction de leur vitesse.



Conclusion

Au cours de la prise de décision, notre système nerveux:

- tient compte de la probabilité a priori des événements
 - combine quasi-optimalement des sources d'informations sensorielles multiples
 - exploite sa connaissance des incertitudes motrices
 - adapte ses objectifs en fonction du coût attendu des différentes options
 - adapte même la vitesse de sa prise de décision
- premier niveau de décision Bayésienne: intra-individu

Même après une décision tout-ou-rien (perceptive, cognitive ou motrice):

- nous pouvons encore tirer un second échantillon, qui n'est pas aléatoire
 - nous disposons souvent d'informations sur notre confiance dans notre décision
 - nous pouvons communiquer cette confiance à autrui et exploiter ces informations pour affiner notre choix
- second niveau de décision Bayésienne: inter-individu